

Travail demandé

à rendre le 10/01/2025

Chaque étudiant rend une copie même s'il n'est pas interdit de chercher les exercices en groupe.

Problème I - Le soleil a rendez-vous avec la pluie

Ce sujet est extrait de l'épreuve de physique CCINP MPI 2023.

Partie VI - Théorie géométrique de l'arc-en-ciel

Lorsque le soleil éclaire les gouttes d'eau, on peut observer dans certaines conditions un arc-en-ciel.

On considère une goutte d'eau sphérique, de diamètre D et d'indice de réfraction n . Les trajets des rayons lumineux sont représentés sur la **figure 7**.

Soit un rayon lumineux incident, arrivant avec un angle d'incidence i (qui n'est pas nécessairement petit) sur la goutte. On note r l'angle de réfraction associé à l'angle d'incidence i .

L'indice de l'air vaut $n_{\text{air}} = 1$.

On considère un rayon sortant de la goutte d'eau après une seule réflexion à l'intérieur de la goutte et deux réfractions à l'entrée et à la sortie de la goutte (**figure 7**) : ce rayon est à l'origine de l'arc-en-ciel principal.

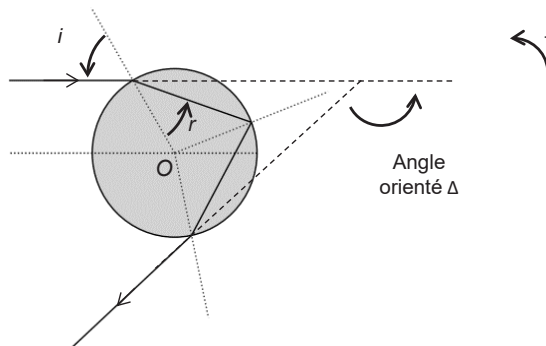


Figure 7 - Cas d'une réflexion et de deux réfractions

Q23. Rappeler les lois de Descartes de la réfraction et donner la relation entre l'angle d'incidence i et l'angle de réfraction r .

Q24. La déviation est l'angle dont il faut tourner le rayon incident pour l'amener sur le rayon émergent ; afin d'avoir une valeur positive, on considère ici son opposé, l'angle orienté Δ (**figure 7**).

Montrer que : $\Delta = \pi - 4r + 2i$.

Exprimer l'angle Δ en fonction de n et de $x = \sin(i)$.

Q25. Montrer que $\Delta(x)$ passe par un extremum lorsque x a pour valeur :

$$x_m = \sin(i_m) = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}.$$

Donnée : $\frac{d}{du} \text{Arcsin}(u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$.

Q26. Justifier à l'aide de la **figure 8** qu'on observe une accumulation de lumière dans la direction $\Delta_m = \Delta(x_m)$.

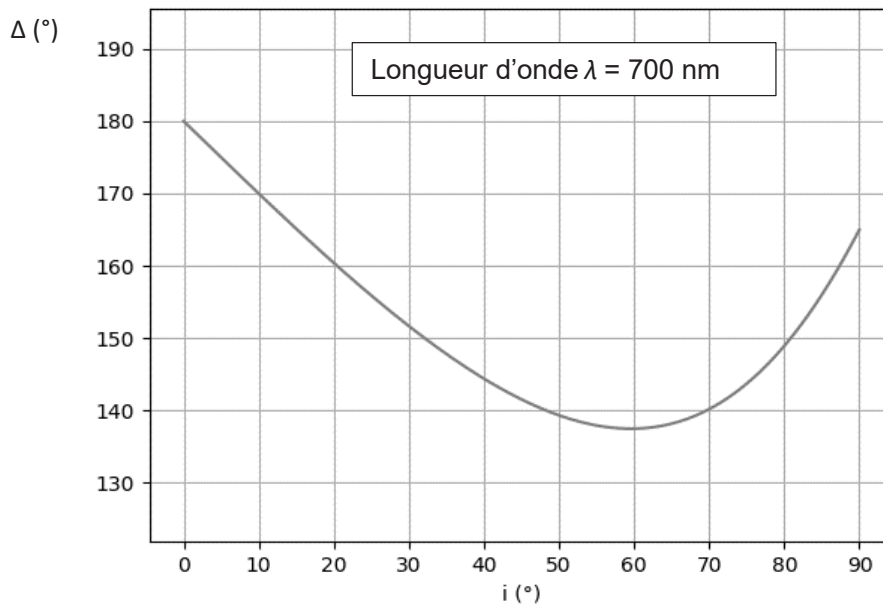


Figure 8 - Déviation en fonction de l'angle d'incidence

- Q27.** Calculer x_m et Δ_m (en degrés) dans le cas de l'eau, pour le violet ($\lambda = 400$ nm, $n = 1,343$) et le rouge ($\lambda = 700$ nm, $n = 1,330$).
- Q28.** Sur un schéma faisant apparaître les rayons incidents, parallèles, le rideau de pluie et l'œil de l'observateur, tracer les rayons émergents rouge et bleu dans la direction Δ_m . L'observateur observe-t-il le rouge à l'intérieur ou à l'extérieur de l'arc ?

Partie VII - Théorie ondulatoire de l'arc-en-ciel

- Q29.** Cette question a pour but de rappeler certaines conditions d'observation des interférences lumineuses.

Deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2 émettent deux ondes électromagnétiques monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2 .

Ces deux ondes se propagent dans un milieu d'indice n et interfèrent en un point P après avoir parcouru les distances $x_1 = S_1P$ et $x_2 = S_2P$. On modélise les amplitudes des ondes en P par les grandeurs scalaires :

$$s_1(P, t) = a_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_1)$$

$$s_2(P, t) = a_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_2)$$

avec $k_i = n \frac{\omega_i}{c}$ ($i = 1, 2$), a_1 , a_2 , φ_1 , φ_2 constantes.

c est la célérité de la lumière dans le vide.

- a) Donner un ordre de grandeur de ω_1 et ω_2 pour la lumière visible.

b) L'intensité lumineuse $I(P)$ observée à l'œil nu en P est proportionnelle à la valeur moyenne du carré de l'amplitude reçue en P , soit : $I(P) = K \langle s^2(P, t) \rangle_\tau$. Sur quelle durée τ cette valeur moyenne est-elle calculée ?

c) Calculer l'intensité $I(P)$ et montrer qu'elle s'écrit : $I(P) = I_1 + I_2 + I_{12}(P)$.

À quelle(s) condition(s) le terme $I_{12}(P)$ est-il non nul ?

Donnée : $\cos(a)\cos(b) = 1/2[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.

d) On suppose dans la suite que $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ et $\varphi_1 = \varphi_2$.

Montrer que l'intensité en P s'écrit $I(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta(P)\right)$

où λ est la longueur d'onde dans le vide. La grandeur $\delta(P)$ sera exprimée en fonction de l'indice n du milieu, de x_1 et de x_2 .

Il est possible (**photo 5**) dans un arc-en-ciel d'observer, outre les arcs décrits par l'optique géométrique, un phénomène d'interférences responsable d'arcs dits " surnuméraires ".

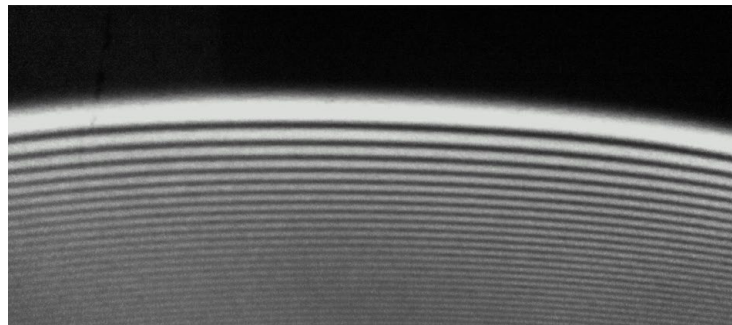


Photo 5 - Franges d'interférences obtenues en lumière monochromatique avec une goutte d'eau

Q30. Représenter la courbe $I(P)$ en fonction de $\delta(P)$. En observant la **photo 5**, que peut-on dire de I_1 et I_2 ?

On considère (**figure 9**) deux rayons d'incidences i_1 et i_2 , voisins du rayon d'incidence i_m (en pointillés) sur une goutte d'eau, se réfléchissant une seule fois à l'intérieur de la goutte d'eau et émergeant dans des directions parallèles.

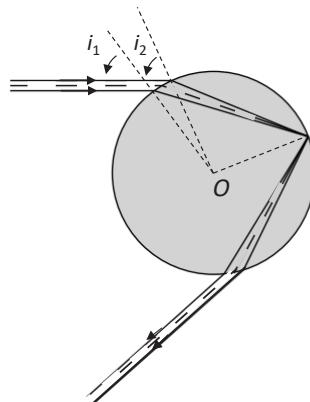


Figure 9 - Rayons responsables des interférences

Q31. Où ces rayons interfèrent-ils ?

Q32. On admet que la différence de marche en un point P du champ d'interférences s'écrit :

$$\delta(P) = D(\cos(i_2) - \cos(i_1)) - 2Dn(\cos(r_2) - \cos(r_1)).$$

Exprimer la condition permettant d'observer des interférences constructives. L'écart angulaire entre les franges est-il plus grand pour les petites ou les grosses gouttes ? Justifier qualitativement.

Q33. Les rayons incidents d'angles d'incidence $i_1 = 50,13^\circ$ et $i_2 = 67,98^\circ$ donnent pour une radiation rouge ($\lambda = 700 \text{ nm}$, $n = 1,330$) des rayons émergents parallèles.

Quel diamètre de goutte permettra d'observer la frange claire d'ordre -2 dans la direction des rayons émergents ?

Problème II - Surveillance sismique d'un site nucléaire

Ce sujet est extrait de l'épreuve de physique CCS MP 2016.

III Surveillance sismique d'un site nucléaire

Un sismomètre est destiné à mesurer les mouvements du sol. Il est constitué d'un bâti fixé au sol dans lequel une masse peut osciller en cas de sollicitation sismique. Dans le cas d'un sismomètre classique une bobine solidaire de la masse mobile est plongée dans un champ magnétique ce qui permet de détecter ses mouvements et de mesurer leur vitesse. Pour améliorer la précision, des capteurs optiques peuvent être utilisés. Les plus précis sont les capteurs interférométriques, qui sont plutôt utilisés en laboratoire et servent aussi d'étalon pour les chaînes de mesure de déplacement ou de vitesse d'un sismomètre mécanique plus classique. L'objet en mouvement ou le capteur à étalonner est muni d'un réflecteur qui est inclus dans un interféromètre (type Michelson). Le déplacement de l'objet est donc transformé en déplacement de franges d'interférence et un compteur de franges permet de connaître le déplacement dû aux vibrations avec une très grande précision. Un schéma simplifié de ce genre de dispositif est représenté sur la figure 9 où O est un point fixe du laboratoire et O' est lié à la table.

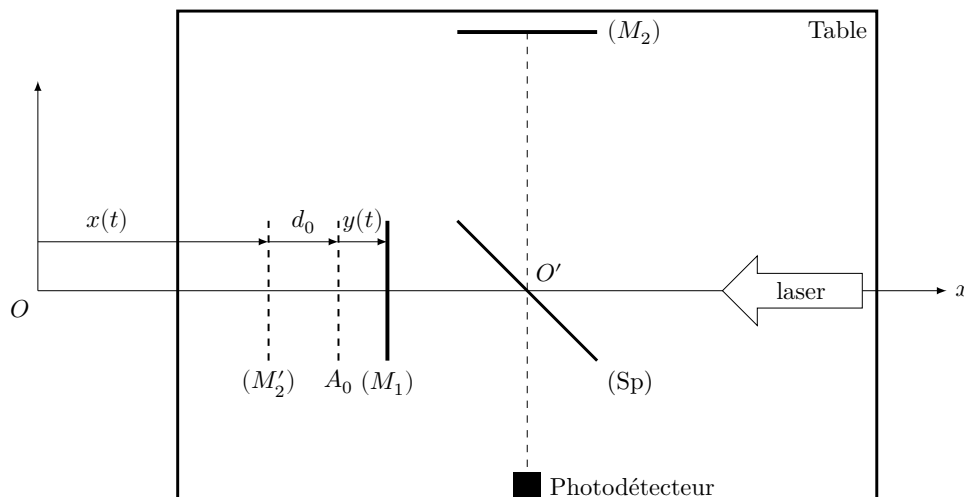


Figure 9 Interféromètre de Michelson dans un sismomètre optique

La lame séparatrice (Sp) a un facteur de réflexion en énergie égal à $1/2$ et un facteur de transmission en énergie égal à $1/2$ également. Elle est supposée infiniment fine (compensée par une lame compensatrice adéquate). Le dispositif est éclairé par un laser hélium-néon : la lumière issue de ce laser est assimilée à une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ , se propageant selon (Ox). L'interféromètre est fixé sur une table horizontale. Le miroir (M_2) est fixe par rapport à cette table alors que le miroir (M_1) est libre de se déplacer le long de l'axe (Ox). Les deux miroirs (M_1) et (M_2) forment un angle de $\pi/2$. On note (M_2') le symétrique du miroir (M_2) par rapport à la séparatrice (Sp).

La position de la table, suivant l'axe (Ox), par rapport au laboratoire est repérée par l'abscisse $x(t)$ de (M_2'). Au repos, en l'absence de vibration de la table, cette abscisse vaut X_0 et le miroir (M_1) est situé en A_0 (point fixe dans le référentiel de la table) à une distance d_0 de (M_2').

On impose à la table une vibration sinusoïdale dans la direction (Ox), d'amplitude X_M et de pulsation ω . Cette vibration provoque un déplacement $y(t) = Y_M \cos(\omega t)$ du miroir (M_1) par rapport à la table. On admet que la connaissance de $y(t)$ permet de déterminer $x(t)$. L'objectif de cette partie est de déterminer Y_M (on ne cherchera pas à établir le lien entre Y_M et X_M).

III.A – Exprimer la différence de marche $\delta(t)$ entre l'onde lumineuse reçue par le photodétecteur et ayant été réfléchi par le miroir (M_2) et l'onde ayant été réfléchi par le miroir (M_1).

III.B – Le photodétecteur délivre un courant d'intensité $I(t)$ proportionnelle à la puissance lumineuse reçue. Montrer que $I(t) = \frac{1}{2} I_{\max} (1 + \cos(\phi(t)))$, avec $\phi(t) = \Phi_0 + \frac{4\pi}{\lambda} y(t)$. Exprimer Φ_0 .

III.C – La détermination de $y(t)$ est liée à la mesure sans ambiguïté et avec une bonne sensibilité de la phase $\Phi(t)$. La phase $\Phi(t)$ du signal reçu est composée d'un terme constant Φ_0 et d'un terme harmonique. Le terme continu rend compte de la configuration de l'interféromètre en l'absence de secousse sismique. La sensibilité de la détermination de $y(t)$ sera liée à la valeur de Φ_0 , comme le montre la figure 10, où figurent deux points particuliers Q et R (dont la position est liée à la valeur de Φ_0).

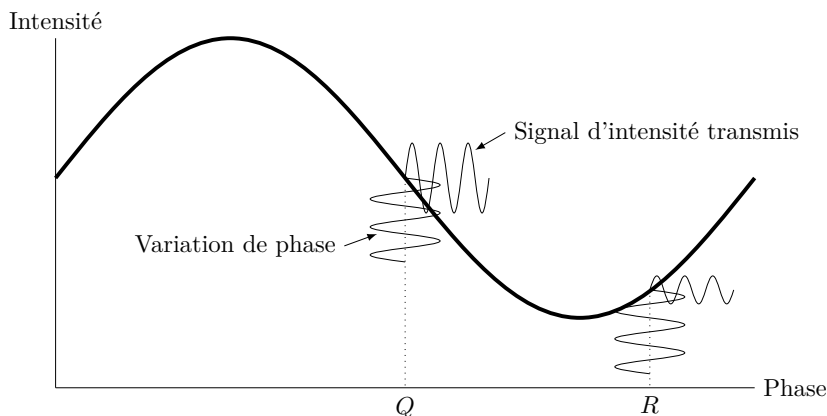


Figure 10

Pour quelle(s) valeur(s) de Φ_0 la sensibilité $\frac{dI}{d\phi}$ de la mesure sera-t-elle optimale ?

III.D – On choisit pour toute la suite un réglage tel que $d_0 = \lambda/8$. La figure 11 donne les enregistrements $I(t)/I_{\max}$ obtenus pour une vibration de la table de fréquence f . Les deux graphes correspondent à la même expérience, celui du bas présente un agrandissement d'une partie de celui du haut.

Dans cette sous-partie, on détaillera les raisonnements suivis.

III.D.1) Aux points A et B , le miroir mobile (M_1) rebrousse chemin. De quelle quantité $\Delta\delta$, en fonction de Y_M , a varié la différence de marche δ entre les instants t_A et t_B correspondant à ces deux points ?

III.D.2) Déterminer la fréquence f de la vibration appliquée au système.

III.D.3) Exprimer $\Delta\delta$ en fonction de λ .

III.D.4) Donner alors la valeur de Y_M .

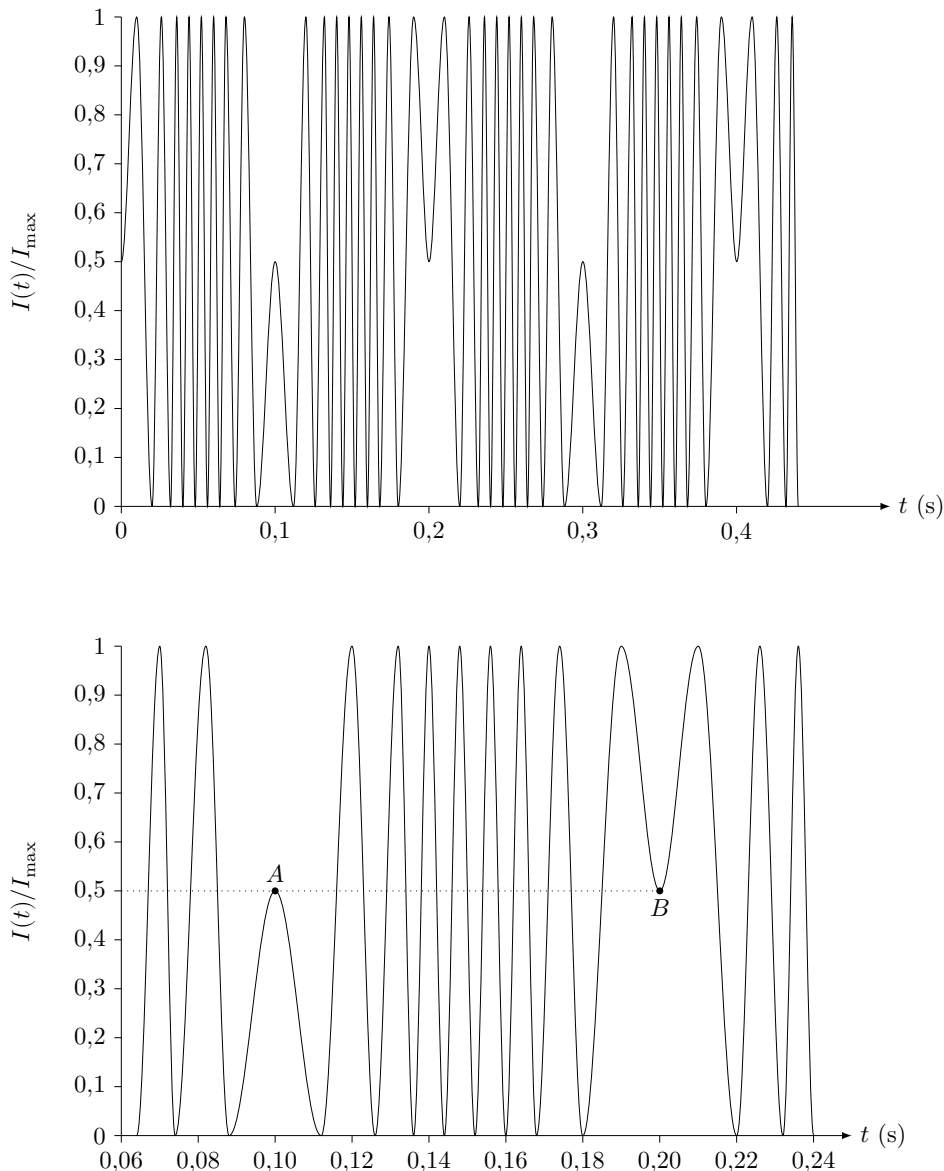


Figure 11

III.E – Les figures 12 et 13 donnent les enregistrements $I(t)/I_{\max}$ obtenus pour des vibrations de la table de fréquence f identique à la précédente, mais d'amplitudes légèrement différentes.

III.E.1) Donner la valeur de Y_M dans le cas de la figure 12.

III.E.2) Donner la valeur de Y_M dans le cas de la figure 13.

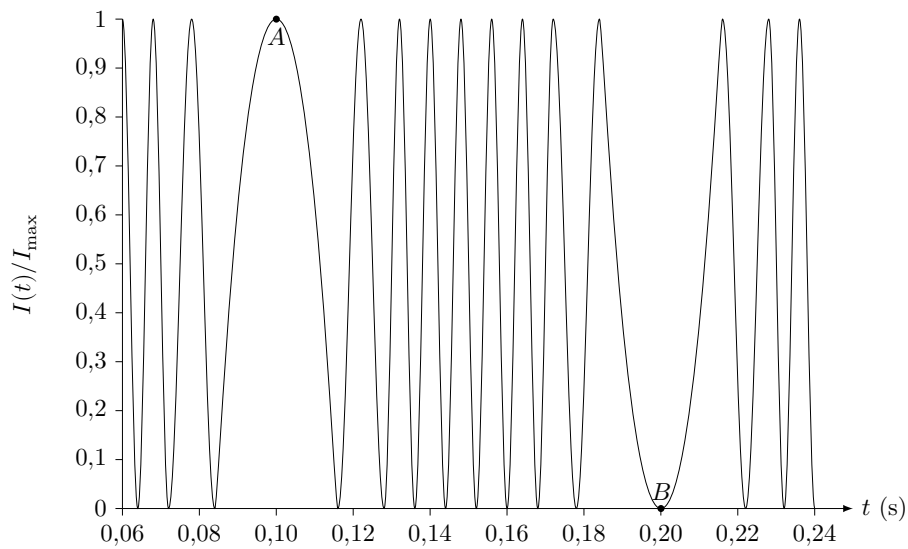


Figure 12

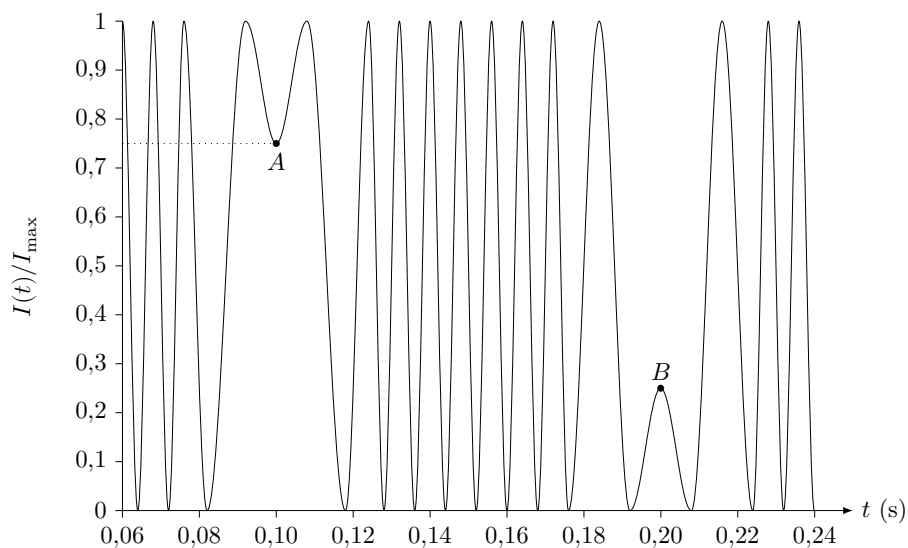


Figure 13

Problème III - Étude d'un système autofocus d'appareil photo numérique

Ce sujet est extrait de l'épreuve d'Informatique et Modélisation de Systèmes Physiques 2021 de la banque PT.

Les applications numériques seront données avec 1 chiffre significatif, sauf contre ordre.

Nous nous intéressons dans ce sujet à l'étude de différentes méthodes permettant de réaliser l'auto-focus sur les appareils photos numériques. L'auto-focus consiste à régler de manière automatique la netteté de l'image avant d'effectuer la prise de vue.

Un appareil photo est modélisé par une lentille mince convergente (L), l'objectif, de focale $f'_0 = 10$ cm et un plan récepteur (P) placé orthogonalement à l'axe optique. Ce plan récepteur est de taille 20 mm \times 30 mm et contient 6 méga pixels. Lorsque le réglage de l'appareil est optimal l'image de l'objet à photographier se trouve sur le plan (P). Sinon, il convient de modifier la position de ce plan. Prenons l'exemple d'un objet réduit à un point objet A_0 qui donne un point image A . En cas de défaut de réglage on a la situation décrit sur la figure 1.

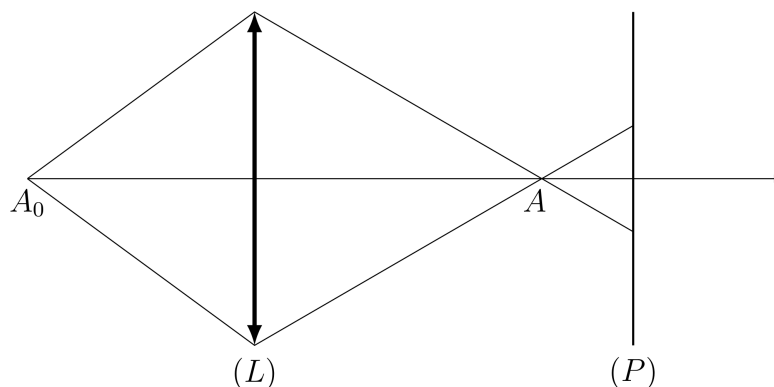


Fig. 1 – Défaut de réglage

Sur (P) se forme alors une tache à la différence d'un point.

Il faut donc déplacer le plan (P) d'une certaine distance pour obtenir une image nette. Pour cela la méthode la plus rapide consiste à calculer cette distance à partir de la différence d'ordonnées des points inférieurs et supérieurs de la tache.

Il y a cependant une difficulté du fait que l'on obtient la même tache que (P) soit placé devant ou derrière l'image.

Nous allons étudier un dispositif astucieux qui permet de calculer algébriquement le déplacement à opérer partant d'un défaut de réglage.

III.1. Mise au point

On souhaite photographier un objet de hauteur $h = 10$ cm, transverse à l'axe de l'objectif et situé à une position $x_0 = -2$ m, l'origine étant prise au centre de la lentille (L). L'axe optique est orienté de la gauche vers la droite.

III.1. À quelle distance d' du centre de la lentille (L) faut-il placer (P) pour avoir une image nette (ceci définit le plan P_0) ? Donner la taille h' de l'image.

On se place dans le cas où l'objet précédent se ramène à un point situé sur l'axe toujours à la position $x_0 = -2$ m. (P) est placé à une distance $\delta = +0.5$ cm derrière P_0 . La lentille a un rayon $a = 5$ cm (défini sur la figure 2). On observe alors une tache lumineuse sur (P).

III.2. Faire un schéma et tracer les rayons qui parviennent à l'extrémité de cette tache. Déterminer le rayon a' de la tache lumineuse formée sur (P).

III.3. Après avoir déterminé la taille d'un pixel, supposé carré, donner un critère sur a' , puis sur δ pour que l'image transmise par le capteur soit nette.

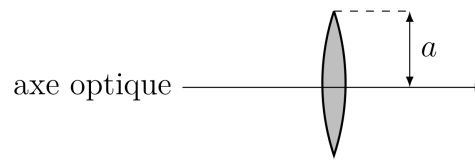


Fig. 2 – Illustration de la lentille

III.2. Principe simplifié d'un autofocus

Dans un souci de simplification on considère un objet réduit à un point objet situé sur l'axe de la lentille (L) qui donne un point image noté A .

Pour déterminer si A se trouve ou non sur (P) on utilise deux lentilles annexes (L_1) et (L_2), situées à une distance d_0 de (P), de focale f' et de rayon a auxquelles sont associées des capteurs plans (P_1) et (P_2) situés à une distance d de chaque lentille. (P_1) (**resp** (P_2)) est conjugué de (P) par (L_1) (**resp** (L_2)). Attention : en réalité les deux lentilles son désaxées par rapport à l'axe optique de (L), les rayons étant déviés par des miroirs. Ici, on considère simplement que tout se passe comme si (P) est transparent.

Le schéma est représenté figure 3.

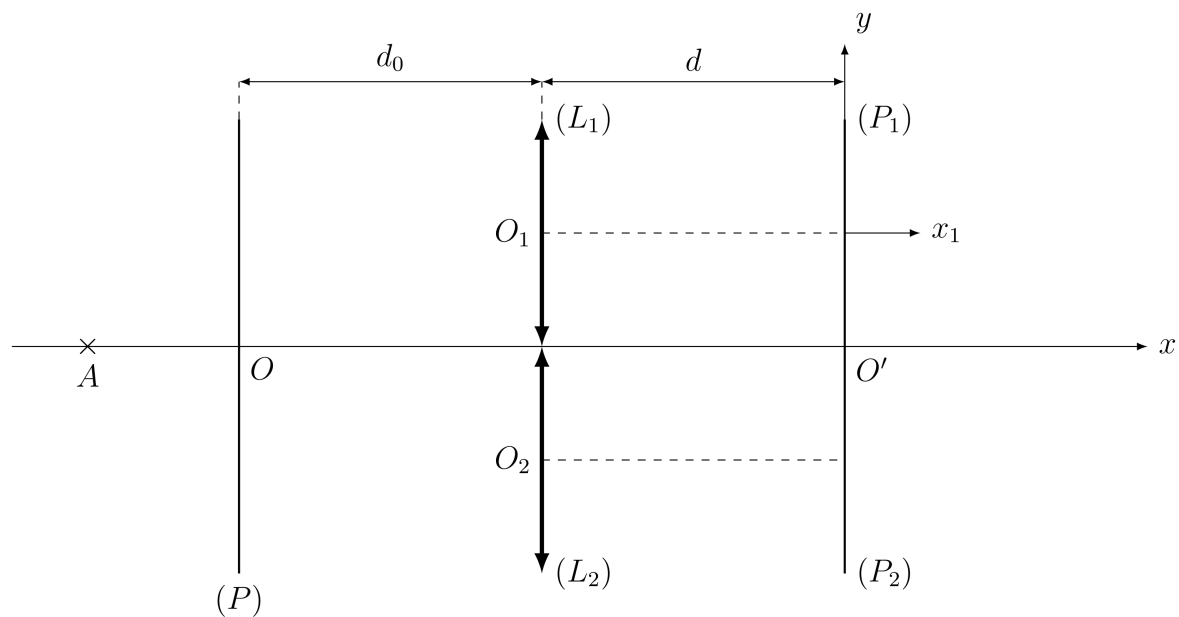


Fig. 3 – Principe des lentilles de l'auto-focus

III.4. Exprimer d en fonction de d_0 et f' .

III.5. On se place dans le cas où A est sur (P). On note A_1 son image par (L_1). Faire un schéma représentant A , A_1 , F'_1 (le foyer image de (L_1)) et les rayons issus de A passant par les bords inférieurs et supérieurs de (L_1).

III.6. Déterminer l'ordonnée y_1 de A_1 en prenant l'origine O' située sur l'axe (Ox) (on pourra préalablement déterminer l'ordonnée par rapport à l'axe optique de la lentille (L_1)). En déduire l'expression de y_2 l'ordonnée de A_2 l'image de A par (L_2) en prenant également l'origine en O' .

III.7. Calculer $\Delta\Phi_0 = y_1 - y_2$ (appelé différence de phase, même si c'est une longueur) que l'on exprimera en fonction de d_0 , d et a .

On se place dans le cas où A est avant le plan (P) (cas de la figure 3) et on pose $\overline{OA} = p$ (mesure

algébrique). On note à nouveau A_1 l'image de A par (L_1) .

III.8. Construire A_1 sur le document réponse page 11 (**à rendre avec la copie**). On note x_1 l'abscisse de A_1 mesurée sur l'axe (O_1x_1) que l'on ne cherchera pas à exprimer et qui sera donc considérée comme une donnée. Déterminer son ordonnée y_1 mesurée à partir de l'axe (Ox) en fonction de a , x_1 , d_0 et p .

III.9. Sur le document réponse, tracer les rayons issus de A passant par les extrémités des lentilles (L_1) .

III.10. Exprimer y_s en fonction de y_1 , x_1 et d et montrer que

$$y_i = 2a \left(1 - \frac{d}{x_1} \right) + \frac{dy_1}{x_1} .$$

Le principe de la méthode est de mesurer ce qui est appelé « la différence de phase » définie par $\Delta\Phi = y_s - y'_s$ où y'_s est l'ordonnée du point supérieur de la tache lumineuse sur (P_2) . Ce qui revient à déterminer $\Delta\Phi = y_s + y_i$.

III.11. Pourquoi a-t-on $y_i = -y'_s$? Montrer que $\Delta\Phi = 2a + \frac{2ad}{d_0 - p}$.

III.12. Évaluer la différence de différence de phase entre le cas où la mise au point n'est pas réalisée et celui où elle l'est. Soit $\Delta^2\Phi = \Delta\Phi - \Delta\Phi_0$.

Le principe de l'auto focus consiste donc à mesurer la différence de phase et d'en déduire p . Il suffit ensuite de déplacer la lentille (L) afin de faire coïncider A sur (P) . Le déplacement de la lentille se fait au moyen d'un moteur pas à pas.

III.13. On mesure $\Delta^2\Phi = 0.66$ cm. Donner la distance de laquelle on doit translater (P) pour obtenir une image nette. On précisera la direction de la translation. On a $d = 2f'$ et $d_0 = 2f'$ avec $f' = 10$ cm et $a = 3$ cm.

Pour un objet étendu orthogonal à l'axe, on peut montrer que la différence de phase due à chaque point source de l'objet est identique. Le principe de la méthode peut alors être généralisé.

